

## Problème 003 – Clash of Clans

Niveau : Seconde

Chapitre : Droites et système d'équations

Première distribution (en devoir surveillé) le 11/01/2019



On se propose de faire une étude du jeu vidéo « Clash of Clans », et d'étudier plus précisément le principe de formation des armées. En tant que joueur, on peut élaborer des armées avec des troupes de nature différentes, plus ou moins élaborées selon le niveau de jeu. Chaque armée est constituée d'unités de combat (exemple : barbare, archer, géants, sorciers...) qui chacune prend plus ou moins de place dans l'armée. Par exemple, un barbare prendra 1 place, un archer 1 place, un géant 5 places etc... En fonction de son niveau de jeu (*pour les connaisseurs du jeu : ce niveau de jeu déterminé par l'hôtel de ville (le fameux « HDV »)*), on peut fabriquer une armée plus ou moins grande. Par exemple, à partir du niveau 7, on peut faire une armée qui prend 200 places : on peut donc en théorie y mettre 200 barbares (qui prennent  $200 \times 1 = 200$  places), ou 40 géants (qui prennent  $40 \times 5 = 200$  places), ou on peut faire des mix d'unités (exemple : 20 géants ( $= 20 \times 5 = 100$  places) + 50 archers ( $= 50 \times 1 = 50$  places) + 50 barbares ( $= 50 \times 1 = 50$  places)).

Ci-dessous, vous trouverez le tableau des différentes unités classiques (« dites non-noires ») de Clash of Clans et le nombre de places qu'une unité de chacune d'entre elles prend au sein d'une armée.

Nom de l'unité	Places occupées par une unité	Nom de l'unité	Places occupées par une unité
Barbare	1	Archer	1
Géant	5	Gobelin	1
Sapeur	2	Ballon	5
Sorcier	4	Guérisseuse	14
Dragon	20	P.E.K.K.A.	25
Bébé dragon	10	Mineur	5

Dans toutes les questions du problème, on va se placer dans la configuration où une armée ne peut contenir **au maximum que 200 places**.

- 1) Combien au maximum peut-on mettre de sorciers ? Et de ballons ?
- 2) Dans un premier temps, on va supposer que l'on n'étudie que des armées pures, c'est-à-dire ne contenant qu'un seul type de troupe (uniquement des barbares, ou

uniquement des archers etc...). On décide de former des armées pures contenant  $z$  unités d'un même type.

- a. Exprimez la fonction  $p(z)$  qui à  $z$  associe la place occupée par  $z$  P.E.K.K.A., et la fonction  $s(z)$  qui à  $z$  associe la place occupée par  $z$  sapeurs
  - b. Que peut-on dire sur la nature des fonctions qui à  $z$  associent la place occupée par chacune de ces armées pures (e.g armée pure de barbares, armée pure d'archers...) ?
  - c. Quelle est l'armée ou les armées pures dont la (les) droite(s) représentatives a (ont) le plus grand coefficient directeur ? Et le plus petit ?
  - d. Quelles sont les fonctions représentant des armées pures dont les droites représentatives sont confondues ?
  - e. Est-il correct de tracer la fonction représentative associant le nombre de places occupées par  $z$  unités par une droite ? A quoi devrait ressembler la fonction représentative ? (*indice : pensez au fait qu'on ne peut pas faire des nombres non-entiers d'unités*).  
On admettra par extension pour ce problème que la représentation par une droite est acceptable.
- 3) Maintenant, nous créons d'abord l'armée numéro 1. Supposons qu'au départ, cette armée contient déjà 5 barbares, 2 gobelins et 4 sapeurs. Nous décidons d'ajouter  $x$  géants.
- a. Calculez le nombre de places occupées au départ (avant que l'on n'ajoute des géants)
  - b. Exprimez la fonction  $f(x)$  qui à  $x$  géants ajoutés associe le nombre de places occupées dans l'armée numéro 1
  - c. Exprimez et résolvez algébriquement l'équation qui nous permet de déterminer le nombre maximum de géants que l'on peut mettre dans l'armée 1
- 4) Nous créons maintenant l'armée numéro 2. Supposons qu'au départ, cette armée contient 1 dragon, 1 bébé dragon, 2 ballons, 5 sorciers, 10 archers et 21 géants. On retire au fur à mesure  $x$  géants de l'armée en question.
- a. Calculez le nombre de places occupées au départ (avant que l'on ne retire des géants)
  - b. Exprimez la fonction  $g(x)$  qui à  $x$  géants retirés associe le nombre de places occupées dans l'armée numéro 2
  - c. Quel serait le nombre de géants retirés si le nombre de places **libres** dans l'armée numéro 2 après ce retrait était de 80 places?
- 5) On décide que les  $x$  géants qui sont ajoutés au fur et à mesure à l'armée numéro 1 sont retirés de l'armée numéro 2.
- a. Trouvez algébriquement le nombre  $x$  de géants - pris de l'armée numéro 2 et ajoutés à l'armée numéro 1 - tel que le nombre de places occupées par l'armée numéro 1 soit le même que le nombre de places occupées par

l'armée numéro 2. Quel est alors le nombre de places occupées dans chacune des armées ?

b. Tracez sur un même graphique orthonormé (alternativement, l'utilisation d'un logiciel est autorisé) :

i. En bleu, la courbe représentative de la fonction  $f(x)$

ii. En rouge, la courbe représentative de la fonction  $g(x)$

*Remarque : on fera attention au domaine de définition des fonctions  $f$  et  $g$ , c'est-à-dire les valeurs de  $x$  pour lesquelles ces fonctions ont un sens*

c. Retrouvez graphiquement le résultat de la question 5) a.

6) Dans cette dernière question, on souhaite construire une armée occupant exactement 74 places avec seulement des guérisseuses et des sorciers. Dans le jeu, pour former des troupes, il faut dépenser de « l'élixir rose » : il en faut 3500 pour un sorcier (niveau 5) et 8000 pour une guérisseuse (niveau 3)

a. Trouvez par tâtonnement les combinaisons possibles de guérisseuses et de sorciers

b. En posant  $x$  le nombre de sorciers et  $y$  le nombre de guérisseuses, retrouvez graphiquement les solutions de la question 6) a.

c. Déterminez par calcul la combinaison la plus avantageuse pour dépenser le moins d'élixir rose possible.